МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ МАЛОГО ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА

Кочкина Е.М., к.э.н., доцент,
Силин Е.А., магистрант,
Уральский государственный экономический университет,
г. Екатеринбург, Россия

Аннотация: В статье обоснована целесообразность использования математического аппарата в принятии управленческих решений. Акцент сделан на моделях оптимизации. Рассмотрена конкретная экономическая ситуация и показана возможность использования экономико-математического анализа, который позволяет получить дополнительные знания об объекте исследования.

Ключевые слова: математическая модель, оптимизация, двойственные оценки, малое предприятие, транспортная задача.

Использование экономико-математического моделирования позволяет получить те количественные оценки, которые невозможно получить иным способом и которые могут быть использованы для принятия различных управленческих решений. Методы поиска оптимальных решений занимают особую нишу в составе методов экономико-математического моделирования и позволяют выбрать наилучший в том или ином смысле вариант поведения среди множества возможных. Для решения задач оптимизации чаще всего используют методы математического программирования. Названные методы позволяют решать широкий круг задач, которые так или иначе возникают на предприятии, используя для этого аппарат линейного программирования, нелинейного программирования, динамического программирования и т.д. Отметим, что реализация методов математического программирования происходит в предположении, что в моделируемой ситуации полностью отсутствует неопределенность (или почти полностью) [2].

Математическое программирование изучает математические методы оптимального планирования и управления различными процессами и операциями. Объектом планирования и управления может служить технологический процесс, работа цеха, предприятия, отрасли, всего народного хозяйства. Сфера применения – промышленность, сельское хозяйство и транспорт. Математическое программирование следует рассматривать как единую науку, однако по содержанию рассматриваемых задач и методам их решения можно условно провести некоторую классификацию отдельных ее отраслей. Программирование может быть статическим и динамическим. В первом случае решаются задачи разовые при неизменных условиях, во втором – составляются планы, оптимальные на каждом этапе при некотором изменяющемся комплексе условий.

Наибольшей теоретической завершенности и практической простоты достигло линейное программирование, опирающееся на аппарат линейной алгебры. Базовая задача статического программирования имеет следующую постановку: требуется найти числовые значения управляемых переменных (переменные принимают неотрицательные значения), которые удовлетворяют выбранной системе ограничений и максимизируют (минимизируют) некоторую целевую функцию. Если целевая функция и ограничения являются линейными, то задача относится к задачам линейного программирования. В общем случае в матричном виде задача линейного программирования при наличии n управляемых переменных может быть сформулирована следующим образом:

$$C \cdot X \to max\ (min),$$

$$A \cdot X \leq B,$$

$$x_j \geq 0\ (k=1, 2, \ldots n),$$

где C – матрица коэффициентов при переменных в целевой функции; X – вектор переменных; A – коэффициенты функции ограничений, B – вектор ограничений.

Коэффициенты a_{ij} в системе ограничений как правило определяют расход i-го ресурса на производство единицы j-ой продукции. Свободные члены b_i означают запас i-го ресурса [3].

Линейность ограничений базируется на допущении пропорциональности затрат ресурсов выпуску продукции. Линейность целевой функции исходит из допущения того, что полезность каждого процесса пропорциональна его интенсивности и общая полезность процесса равна сумме полезностей его операций. Близость этих допущений к реальным условиям и определяет степень применимости полученных результатов на практике. Задачи линейного программирования, как правило решаются симплексным методом, который представляет собой процесс последовательного улучшения опорных решений.

Рассмотрим конкретную и достаточно типичную экономическую ситуацию, когда малое предприятие имеет заказ на выпускаемую продукцию. Годовой заказ при этом разбит по интервалам меньшей длительности и известен объем заказа для каждого интервала, например, квартала: S_1, S_2, S_3 и S_4. Предприятие при необходимости может использовать двухсменный режим работы. Однако объемы выпуска продукции в первую и вторую смену не совпадают. При работе в одну смену фирма может ежеквартально выпускать P_1 ед. продукции. Если добавляется вторая смена, то это позволит предприятию выпускать ежеквартально еще P_2 ед. продукции. Естественно, что затраты на выпуск единицы продукции в первую и вторую смену не совпадают. Издержки по выпуску единицы продукции в первую смену составляют a тыс. руб., издержки во вторую смену выше и составляют b тыс. руб. В некоторых случаях возникает необходимость выпустить продукцию в одном квартале, а реализовать в одном из последующих кварталов. Если реализация продукции осуществляется в одном из следующих кварталов, то предприятие вынуждено тратить средства на хранение выпущенной продукции. Затраты на хранение ед. продукции составляют h тыс. руб. за квартал. Нужно составить такой план производства и хранения продукции, при котором общие затраты будут минимальны [1].

Особая структура ограничений часто позволяет упростить общие методы линейного программирования применительно к специальным задачам. Методы, учитывающие особенности структуры задачи, требуют меньше машинного времени и ячеек памяти, чем общие методы линейного программирования. Среди специальных задач в приложениях чаще других встречается так называемая транспортная задача и различные ее модификации и обобщения.

В формальных терминах транспортной задачи могут быть сформулированы задачи, не связанные с перевозкой продуктов. Очевидно, что методы вычисления оптимального плана перевозок могут быть использованы для решения таких задач.

Рассматриваемая ситуация может быть сведена к транспортной задаче. В качестве перевозок в этом случае будут рассматриваться ежеквартальные объемы производства, в качестве транспортных тарифов затраты на производство и хранение продукции. Роль запасов будут играть возможные объемы выпуска продукции в каждую из смен, а в качестве потребностей ежеквартальные заказы на выпускаемую продукцию. При этом кварталы поставщики учитывают возможность работы в две смены.

Поскольку совокупный объем возможного выпуска продукции превышает общий объем заказов, в транспортную таблицу вводится фиктивный квартал потребитель. Транспортные тарифы для фиктивного квартала равны нулю.

		I	*II*	*III*	*IV*	Фиктивный квартал	Возможности производства по сменам
I	1-я смена	a	$a+h$	$a+2\cdot h$	$a+3\cdot h$	0	P_1
	2-я смена	b	$b+h$	$b+2\cdot h$	$b+3\cdot h$	0	P_2
II	1-я смена		a	$a+h$	$a+2\cdot h$	0	P_1
	2-я смена		b	$b+h$	$b+2\cdot h$	0	P_2
III	1-я смена			a	$a+h$	0	P_1
	2-я смена			b	$b+h$	0	P_2
IV	1-я смена				a	0	P_1
	2-я смена				b	0	P_2
Потребность в готовой продукции		S_1	S_2	S_3	S_4	$4\cdot\sum_{i=1}^{2}P_i-\sum_{k=1}^{4}S_k$	

Рис. 1 Таблица условных транспортных тарифов, объемов ежеквартальных потребностей и возможных объемов выпуска в каждую смену

На рис.1 пустые ячейки означают невозможность перевозки, т.к. товар, произведенный в конкретном квартале не может быть реализован в предыдущем.

В качестве переменных x_{ij}^{k} берутся объемы производства в *i*-ом квартале в смену *j*, которые будут реализованы в квартале *k*. Переменные x_{ij}^{f} определяют размер фиктивной перевозки, а терминах поставленной задачи недоиспользованную мощность *j*-ой смены в *i*-ом квартале.

Решение поставленной транспортной задачи позволит определить те объемы выпуска продукции в каждом квартале, которые позволят минимизировать общие затраты на производство и хранение продукции, а также позволят определить в каком квартале выпущенную продукцию целесообразно реализовать в соответствии с имеющими заказами.

Помимо полученного оптимального решения математическое программирование позволяет использовать возможности свойств двойственной задачи. Любой задаче линейного программирования можно поставить в соответствие двойственную задачу, решения прямой и двойственной задач связаны между собой и дают дополнительные возможности для анализа.

Так на основе двойственной задачи можно определить в каком квартале целесообразно увеличить мощность первой или второй смены, чтобы добиться снижения общих затрат. По величине границ интервалов устойчивости оптимального решения можно определить какое увеличение или снижение мощности каждой смены приведет к изменению структуры полученного оптимального решения и т.д.

Рассмотренный пример наглядно продемонстрировал возможность использования модели транспортной задачи для решения задач производственной направленности. Полученные результаты позволят предприятию рационально организовать выпуск своей продукции и получить те количественные оценки, которые без использования математического аппарата не являются очевидными.

Литература

1. Грибачев П.А. Система принятия решений на предприятиях малого бизнеса // Наука и бизнес: пути развития № 10(136) 2022. С. 171-175.
2. Радковская Е.В., Запорожченко О.С. Математические методы экономических исследований // В сборнике: BI-технологии и корпоративные информационные системы в оптимизации бизнес-процессов цифровой экономики. Материалы X Международной научно-практической очно-заочной конференции. Екатеринбург, 2023. С. 103-105.
3. Радковская Е.В., Лавщенко С.П. Адаптация математических моделей в страховании к условиям пандемического периода // Наука и бизнес: пути развития. 2021. № 12 (126). С. 219-221.